***Практическая работа №2***

**Понятие неопределенного и определенного интегралов. Основные свойства неопределенного и определенного интегралов. Методы вычисления интегралов. Вычисления интегралов.**

Цели работы:

В результате изучения этой темы Вы должны уметь:

- находить неопределенные и интегралы, примеры №1-3

Для овладения навыками решения задач Вам необходимо усвоить следующие вопросы:

**Тема. Неопределённый интеграл**

**Понятие неопределенного интеграла.**

Дифференцирование - это действие, с помощью которого по данной функции находится её производная или дифференциал. Например, если F(x)=x10, то F/(x)=10x9, dF(x)=10x9dx.

Интегрирование - это действие, обратное дифференцированию. С помощью интегрирования по данной производной или дифференциалу функций находится сама функция. Например, если F´x=7x6,то F(x)=x7,так как (x7)´ =7x.

Дифференцируемая функция F(x), x€[a; b] называется *первообразной* для функции f(x) на интервале]a; b[,если F/(x)=f(x) для каждого x€]a; b[.

Так, для функции f(x)=1/cos2x первообразной служит функция F(x)=tgx, поскольку (tgx)/=1/cos2x.

Совокупность всех первообразных функций f(x) на интервале ]a; b[ называют *неопределенным интегралом* от функции f(x) на этом интервале и пишут ∫(x)dx=F(x)+C. Здесь f(x)dx - подынтегральное выражение; f(x)-подынтегральная функция; x-переменная интегрирования; С – произвольная постоянная.

Например, ∫5x4dx=x5+C,так как (x5+C) ´=5x4.

Приведем основные свойства неопределенного интеграла.

1.Дифференциал неопределенного интеграла равен подынтегральному выражению:

d ∫ f(x)dx=f(x) dx.

2.Неопределенный интеграл от дифференциала функции равен этой функции, сложной с произвольной постоянной, т. е.

∫dF(x)=F(x)+C.

3.Постоянный множитель можно выносить за знак неопределенного интеграла:

∫af(x)dx=a∫(x)dx.

4.Неопределенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме неопределенных интегралов от каждой функции:

∫(f1(x)±f2(x))dx=∫f1(x)dx±∫f2(x)dx.

Основные формулы интегрирования (табличные интегралы).

1.∫dx=x+C/

2.∫xndx=(xn+1/n+1)+C (n≠-1).

3.∫x-1dx=∫dx/x=ln ׀x׀+C.

4.∫exdx=ex+C.

5.∫axdx=ax/lna+C.

6.∫sinxdx=-cosx+C.

7.∫cosxdx=sinx+C.

8.∫dx/cos2x=tgx+C.

9.∫dx/sin2x=-ctgx+C.

10.∫dx/√1-x2=arcsinx+C.

11.∫dx/1+x2=arctgx+C.

Если интеграл затруднительно привести к табличному с помощью элементарных преобразований, то в этом случае пользуются методом подстановки.

**Пример1.** Найти∫xdx/√2-3x2.

**Пример2.** Найти ∫(2+cosx)2sinxdx.

**Пример3.** Найти ∫sin10xdx.

В практике интегрирования часто встречаются интегралы, для нахождения которых можно использовать следующие формулы (k≠0, n≠0-постоянные):

1.∫ekxdx=(1/k)ekx+C.

2.∫akxdx=(1/k)(akx/lna+C.

3.∫sinkxdx=(-1/k)coskx+C.

4.∫coskxdx=(1/k)sinkx+C.

5.∫dx/cos2kx=(1/k)tgkx+C.

6.∫dx/sin2kx=(-1/k)ctgkx+C.

7.∫dx/k2+ n2x2=(1/nk)arctg (n/k)x+C.

8∫dx/√k2- n2x2=(1/n)arcsin(n/k)x+C.

Так, при вычислении ∫sin10xdx можно использовать формулу∫sinkxdx=-(1/k)coskx+C, где k=10. Тогда ∫sin10xdx=(-1/10)cos10x+C.

**Вопросы и упражнения для самопроверки**

1.Какое действие называется интегрированием?

2.Какая функция называется первообразной для функции f(x)?

3.Дайте определение неопределенного интеграла?

4.Перечислите основные свойства неопределенного интеграла.

5.Каким действием можно проверить интегрирование?

6.Напишите основные формулы интегрирования (табличные интегралы).

**Тема. Определённый интеграл**

Цели работы:

В результате изучения этой темы Вы должны уметь:

- находить неопределенные и интегралы, примеры №1-3

Для овладения навыками решения задач Вам необходимо усвоить следующие во-просы:

**Понятие определённого интеграла.**

Непосредственное вычисление определённого интеграла производиться по формуле Ньютона - Лейбница:

= F(x) │ba = F(b)-F(a),

где a - нижний предел, b - верхний предел, F(x) - какая-нибудь первообразная функция f(x).

Из этой формулы виден порядок вычисления определённого интеграла: 1) находят одну из первообразных F(x) данной функции; 2) находят значения F(x) при x =a и x= b; 3) вычисляют разность F(b) – F(a).

ПРИМЕР 1.

Вычислить интеграл /3x2

Приведём основные свойства определённого интеграла.

1. При перестановке пределов интеграла знак интеграла меняется на

противоположный:

b b

∫ f(x) d x= - ∫ f(x) d x.

a a

2. Отрезок интегрирования можно разбить на части:

b c b

∫ f (x) d x= ∫ f(x) d x + ∫ f (x) d x.

a a c

3. Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла:

b b

∫ c f(x) d x= c ∫f (x) d x.

a a

4. Интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от всех слагаемых:

b b b

∫ ( f 1 (x) ± f 2 ( x)) d x= ∫ f 1 (x) d x ± ∫ f 2 (x) d x.

a a a

2

ПРИМЕР 2. Вычислить интеграл ∫

1

ПРИМЕР 3. Вычислить интеграл ∫ √cos x sin x d x .

0

**Вопросы и упражнения для самопроверки**

1. Дайте определение определенного интеграла.

2. Перечислите основные свойства определенного интеграла.

3. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?

4. Вычислите определенные интегралы:

а) 7

∫ ;

0

в) π

∫

π/2